

تقارن در معماری: ویژگی هندسی، ابزار تحلیل و سازوکار تولید

علیرضا پرویزی^{۱*}، سپیده نصرافهانی^۲

۱- دانشکده مهندسی معماری، موسسه آموزش عالی سپهر دانش معاصر، اصفهان، ایران

Alirezaa.parvizi@gmail.com

۲- گروه ریاضی، دانشکده ریاضی و آمار، دانشگاه اصفهان، اصفهان، ایران

Sepide.nasr@gmail.com

چکیده:

تقارن یکی از مفاهیم ریاضی مورد استفاده در مطالعه فرم و سازمان هندسی معماری است، اما کاربرد آن در مطالعات معماری به شناسایی ویژگی‌های هندسی و صورتی متقارن در آثار موجود محدود نمی‌شود. در برخی پژوهش‌ها، ساختارهای تقارنی برای تحلیل و تجزیه سازمان هندسی آثار و در برخی دیگر، به‌عنوان بخشی از قواعد و قیود تولید طراحی به کار گرفته شده‌اند. این تفاوت در جایگاه استفاده از تقارن، ضرورت تمایز میان نقش‌های مختلف آن در مطالعه و طراحی معماری را مطرح می‌کند. پژوهش حاضر با رویکردی تحلیلی - مفهومی و با بررسی نمونه‌هایی منتخب از ادبیات معماری، سه جایگاه متمایز برای تقارن را بررسی می‌کند: تقارن به‌عنوان ویژگی هندسی فرم، تقارن به‌عنوان ابزار تحلیل ساختار آثار موجود، و تقارن به‌عنوان سازوکار تولید گزینه‌های طراحی. ابتدا، مفهوم تقارن هندسی بر مبنای ناوردایی یک مجموعه نسبت به یک گروه از تبدیلات هندسی مجاز صورت‌بندی می‌شود و سپس کاربرد این مفهوم در سه جایگاه یادشده با تکیه بر مطالعات مرتبط با تحلیل زیرتقارنی، ساختارهای گروهی و روش‌های تولید طراحی بررسی می‌شود. مقایسه نمونه‌ها نشان می‌دهد که این سه جایگاه، اگرچه در برخی مطالعات می‌توانند با یکدیگر هم‌پوشانی داشته باشند، به موضوع، هدف و نوع شواهد متفاوتی وابسته‌اند. بر این اساس، مشاهده تقارن در یک اثر، استفاده از یک مدل ریاضی برای تحلیل آن، و ورود ساختارهای تقارنی به فرایند تولید طراحی را نمی‌توان معادل یکدیگر در نظر گرفت. این تمایز می‌تواند به صورت‌بندی دقیق‌تر جایگاه تقارن و ابزارهای ریاضی مرتبط با آن در مطالعات معماری کمک کند.

کلمات کلیدی: تقارن، معماری، ویژگی هندسی، ناوردایی هندسی، نظریه گروه‌ها، زیرتقارن، تحلیل معماری، تولید طراحی، طراحی مولد، طراحی محاسباتی.

۱. مقدمه

تقارن یکی از الگوهای سازمان‌دهنده‌ای است که در بسیاری از آثار معماری، از سازمان کلی بنا و آرایش فضایی آن تا ترکیب نما و چیدمان اجزای قابل مشاهده است. در چنین دیدگاهی، تقارن بخشی از ساختار هندسی اثر است و می‌تواند برای توصیف نحوه آرایش عناصر و تشخیص نظم موجود در پیکربندی معماری به کار رود. بناهایی مانند تاج محل نمونه‌ای روشن از این وضعیت‌اند. در سازمان کلی مجموعه، محور مرکزی و آرایش متقابل عناصر اصلی، ساختاری متقارن ایجاد می‌کنند. چنین نمونه‌ای را می‌توان بدون فرض درباره روش طراحی یا دستگاه نظری طراح، صرفاً بر اساس ویژگی‌های قابل مشاهده اثر بررسی کرد. از این منظر، نخستین نقش تقارن در مطالعه معماری، ویژگی هندسی فرم است.

بالاین‌حال، حضور تقارن در یک اثر، تنها یکی از صورت‌های مواجهه معماری با این مفهوم است. پژوهشگر می‌تواند تقارن را نه صرفاً به‌عنوان ویژگی موجود در اثر، بلکه به‌عنوان ابزاری برای بازنمایی، تجزیه و تحلیل ساختار آن به کار گیرد. در این حالت، تقارن از یک ویژگی قابل مشاهده در اثر به بخشی از دستگاه تحلیلی پژوهش تبدیل می‌شود. در مرحله‌ای دیگر، همین ساختار می‌تواند درون یک سیستم تولید طراحی قرار گیرد و در شکل‌گیری پیکربندی‌های جدید نقش داشته باشد. بنابراین، شناسایی تقارن در یک اثر، تحلیل آن اثر با استفاده از صورت‌بندی‌های ریاضی متقارن، و تولید یک پیکربندی بر اساس قواعد تقارنی، سه وضعیت متفاوت را توصیف می‌کنند. تمایز این وضعیت‌ها برای جلوگیری از نسبت دادن یک معنا یا کارکرد واحد به همه کاربردهای تقارن در معماری ضروری است. البته بخشی از ادبیات معماری و طراحی محاسباتی نیز تقارن را دقیقاً در چنین نقش تحلیلی بررسی کرده است. برای مثال، پارک در (Park, 2000)، روشی تحلیلی مبتنی بر ساختار ریاضی گروه‌های تقارن معرفی می‌کند و کاربرد آن را در تحلیل طرح‌های معماری نشان می‌دهد. پارک در پژوهش دیگری نیز مفهوم تقارن و زیرتقارن را در تحلیل و ترکیب فرم معماری بررسی می‌کند. این مسیر پژوهشی بعدها در کتاب زیرتقارن‌های معماری و شهرسازی، بسط یافت و کاربرد ساختارهای تقارن و زیرتقارن در تحلیل و ترکیب طراحی‌های معماری و شهری دنبال شد (Park, 2004; Park, 2022).

از سوی دیگر، در برخی پژوهش‌های طراحی محاسباتی، ساختارهای تقارنی مستقیماً در فرایند تولید طراحی وارد می‌شوند. Economou (2001) ساختارهای گروهی را در برنامه‌ای برای تولید زبان‌های سه‌بعدی طراحی به کار می‌گیرد و Kotsopoulos (2015) نیز تقارن را در کنار معیارهای عملکردی و زیبایی‌شناختی، در قواعد تولید الگوهای نمای معماری وارد می‌کند. در این مطالعات، مسئله دیگر صرفاً شناسایی یا تحلیل تقارن موجود در یک اثر نیست، بلکه ساختارهای تقارنی بخشی از قواعد یا قیود مؤثر بر تولید گزینه‌های طراحی هستند.

در نتیجه، وجود تقارن در یک اثر، تحلیل آن اثر با استفاده از یک مدل ریاضی، و استفاده از ساختارهای تقارنی در تولید گزینه‌های طراحی، سه ادعای یکسان نیستند. با وجود این، قرار گرفتن این مطالعات در حوزه‌هایی مانند تحلیل صوری، نظریه گروه‌ها، زیرتقارن، شکل‌گرامر و طراحی محاسباتی می‌تواند مرز میان این کاربردها را کمتر آشکار کند. تفاوت اصلی در این موارد، در موضوع کاربرد تقارن، هدف استفاده از آن و جایگاه صورت‌بندی ریاضی در مطالعه یا فرایند طراحی است.

بر این اساس، پرسش اصلی این پژوهش آن است که تقارن در مطالعات معماری، علاوه بر نقش آن به‌عنوان ویژگی هندسی فرم، در تحلیل آثار موجود و تولید گزینه‌های طراحی چگونه به کار می‌رود؟ هدف پژوهش ارائه یک طبقه‌بندی جامع از همه

کاربردهای تقارن در معماری نیست، بلکه تفکیک و مقایسه سه جایگاه تحلیلی آن است: تقارن به‌عنوان ویژگی هندسی فرم، تقارن به‌عنوان ابزار تحلیل ساختار آثار موجود، و تقارن به‌عنوان سازوکار تولید گزینه‌های طراحی. این سه جایگاه به‌عنوان مراحل متوالی تحول تاریخی یا سطوح سلسله‌مراتبی در نظر گرفته نمی‌شوند، بلکه وضعیت‌هایی تحلیلی‌اند که می‌توانند مستقل از یکدیگر یا در برخی مطالعات به‌صورت هم‌پوشان ظاهر شوند و بر اساس نوع نقشی که در مسئله مورد مطالعه ایفا می‌کنند از یکدیگر متمایز شده‌اند.

برای بررسی این تمایز، ابتدا مبنای ریاضی تقارن هندسی در حد مورد نیاز پژوهش مشخص می‌شود و سپس نمونه‌های منتخب ادبیات در سه جایگاه یادشده بررسی و مقایسه می‌شوند. استدلال اصلی مقاله آن است که ویژگی تقارنی یک محصول معماری، استفاده از تقارن به‌عنوان مدل تحلیلی، و ورود ساختارهای تقارنی به قواعد تولید طراحی، نیازمند شواهد و تفسیرهای متفاوت‌اند و نباید به یکدیگر نسبت داده شوند. این تمایز امکان می‌دهد جایگاه تقارن و صورت‌بندی ریاضی آن در مطالعات معماری با دقت مفهومی بیشتری بررسی شود.

۲. مبنای مفهومی: تقارن به‌عنوان ناوردایی هندسی

در ریاضیات، تقارن هندسی را می‌توان بر اساس عمل یک گروه از تبدیلات هندسی بر یک شیء یا آرایش هندسی صورت‌بندی کرد (Weyl, 1952). فرض کنید E یک فضای هندسی و G گروهی از تبدیلات مجاز این فضا باشد. برای مثال، در فضای اقلیدسی می‌توان گروهی از ایزومتري‌ها را در نظر گرفت که فاصله میان نقاط را حفظ می‌کنند. همچنین فرض کنید $X \subseteq E$ مجموعه نقاطی باشد که یک آرایش یا شکل هندسی را تشکیل می‌دهد. X می‌تواند نمایش هندسی یک آرایش معماری باشد، در اینصورت در این مقاله، تمرکز بر سازمان هندسی X است و ویژگی‌های غیر هندسی عناصر معماری، مگر آنکه در مدل صراحتاً وارد شوند، بخشی از این صورت‌بندی محسوب نمی‌شوند.

برای هر $g \in G$ ، تصویر X تحت تبدیل g به‌صورت مجموعه نقاط حاصل از تبدیل عناصر X تعریف می‌شود:

$$g(X) = \{g(x) \mid x \in X\}$$

در این چارچوب، یک تبدیل g زمانی یک **تقارن هندسی** X محسوب می‌شود که دو شرط هم‌زمان برقرار باشند: نخست، g به گروه تبدیلات هندسی مجاز G تعلق داشته باشد و دوم، X را به‌صورت مجموعه‌ای ناوردا نگه دارد، یعنی:

$$g(X) = X, \quad g \in G$$

بنابراین، شرط $g(X) = X$ به‌تنهایی تعریف کاملی از تقارن هندسی نیست، بلکه بیانگر ناوردایی مجموعه‌ای X تحت تبدیل g است. در نتیجه، انتخاب گروه G بخشی از تعریف مسئله تقارن است و مشخص می‌کند که چه نوع تبدیلاتی به‌عنوان تبدیلات مجاز برای بررسی ناوردایی در نظر گرفته می‌شوند. این صورت‌بندی میان تبدیل و تقارن تمایزی اساسی ایجاد می‌کند. هر تقارن یک تبدیل مجاز است که X را ناوردا نگه می‌دارد، اما هر تبدیل مجاز الزاماً تقارن X نیست. لذا، وجود یک دوران، بازتاب یا انتقال در یک مسئله هندسی، به‌خودی‌خود نشان‌دهنده وجود تقارن نیست، بلکه باید دید که آیا تبدیل مورد نظر X را به خودش بازمی‌گرداند یا خیر. توجه به تفاوت میان $g(X) = X$ و $g(x) = x$ نیز ضروری است.

رابطه $g(X) = X$ بیان می‌کند که نقطه مشخص X تحت تبدیل g ثابت می‌ماند، درحالی‌که $g(X) = X$ بیانگر آن است که کل مجموعه X پس از اعمال تبدیل، با مجموعه اولیه یکسان است. در بسیاری از تقارن‌های هندسی، عناصر منفرد جابه‌جا می‌شوند، اما مجموعه حاصل همچنان با مجموعه اولیه یکسان باقی می‌ماند. برای مثال، اگر X یک مربع و R_{90} دوران 90° درجه حول مرکز آن باشد، آنگاه:

$$R_{90}(X) = X$$

درحالی‌که برای یک رأس مشخص X از مربع، معمولاً داریم:

$$R_{90}(x) \neq x$$

بنابراین، شرط تقارن ناظر بر نوردایی کل آرایش هندسی به‌عنوان یک مجموعه است و نه ثابت‌ماندن تک‌تک نقاط آن.

۲.۱. تقارن، تبدیل و نوردایی

تبدیل‌های هندسی مختلف می‌توانند در تعریف و مطالعه تقارن مورد استفاده قرار گیرند. در فضای اقلیدسی، بازتاب، دوران و انتقال از نمونه‌های مهم این تبدیلات‌اند. باین‌حال، نوع تبدیلی به‌تنهایی تعیین‌کننده وجود تقارن نیست. شرط اساسی آن است که تبدیل مورد نظر متعلق به گروه تبدیلات مجاز باشد و آرایش X را ناوردا نگه دارد. اگر r یک بازتاب نسبت به یک خط مشخص باشد، شرط

$$r(X) = X$$

نشان می‌دهد که X نسبت به آن بازتاب دارای تقارن است. به همین ترتیب، اگر $R_{\theta,c}$ دوران به اندازه θ حول مرکز یا محور c باشد، شرط

$$R_{\theta,c}(X) = X$$

بیانگر نوردایی X نسبت به آن دوران است. اگر برای یک تبدیل مجاز g داشته باشیم:

$$g(X) \neq X$$

آنگاه g برای X یک تقارن محسوب نمی‌شود، هرچند خود آن همچنان یک تبدیل هندسی معتبر باشد. از این رو، اعمال یک دوران، بازتاب یا انتقال بر یک شکل، به‌تنهایی نشان‌دهنده وجود تقارن در آن شکل نیست. برای مثال، اگر X یک مربع باشد، دوران 90° درجه حول مرکز آن یک تقارن است اما دوران 45° درجه، با وجود آنکه یک تبدیل هندسی معتبر است، برای مربع تقارن محسوب نمی‌شود:

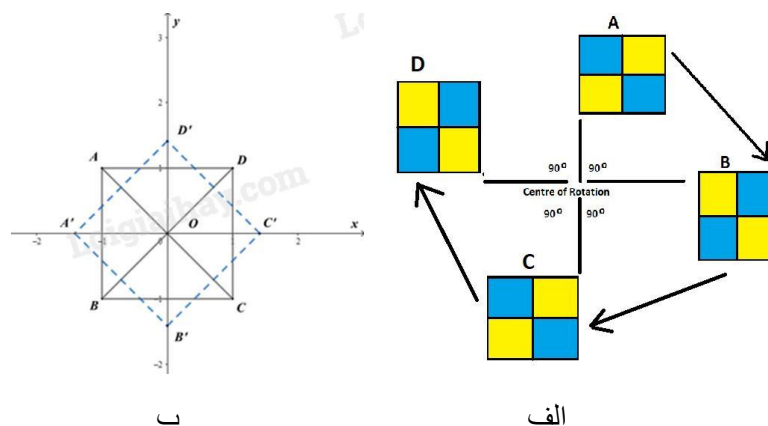
$$R_{45}(X) \neq X$$

در نتیجه، هر دو مورد تبدیل هندسی‌اند، اما تنها تبدیل نخست شرط ناوردایی X را برآورده می‌کند. به همین ترتیب، برای یک مستطیل غیرمربع، دوران 90° درجه معمولاً تقارن آن نیست:

$$R_{90}(X) \neq X$$

درحالی‌که دوران 180° درجه تقارن آن است:

$$R_{180}(X) = X.$$



شکل ۱. الف) ناوردایی کل مربع نسبت به دوران 90° درجه (این ناوردایی کلی است به معنای ثابت ماندن تک تک نقاط نیست). ب) عدم ناوردایی مربع نسبت به دوران 45° درجه. منبع: ترسیم نویسندگان

این مثال‌ها نشان می‌دهند که تقارن یک ویژگی مطلق و مستقل از نوع تبدیل نیست، بلکه همواره باید نسبت به یک گروه مشخص از تبدیلات و یک آرایش هندسی معین بررسی شود. بنابراین، عبارت «این شکل متقارن است» از دیدگاه ریاضی نیازمند مشخص کردن دامنه تبدیلات مورد نظر است. صورت دقیق‌تر پرسش آن است که آرایش مورد نظر نسبت به کدام تبدیلات ناورداست

انتقال نیز می‌تواند در همین چارچوب بررسی شود. اگر T_v انتقال با بردار v باشد، شرط

$$T_v(X) = X$$

بیانگر ناوردایی X نسبت به آن انتقال است. برای یک ساختار هندسی محدود مانند یک مربع منفرد، این شرط برای انتقال غیرصفر برقرار نیست؛ زیرا انتقال، مجموعه را از موقعیت اولیه خود خارج می‌کند. در مقابل، در الگوهای تناوبی و برخی مجموعه‌های نامتناهی، انتقال می‌تواند یک تقارن باشد. بنابراین، مجموعه نقاط مورد مطالعه و دامنه هندسی آن، در تعیین تبدیلاتی که می‌توانند تقارن محسوب شوند، اهمیت دارند.

۲.۲. گروه تقارن

صورت‌بندی فوق نشان می‌دهد که تقارن‌های یک آرایش هندسی را نمی‌توان صرفاً به یک محور، مرکز یا تبدیل منفرد فروکاست. اگر G گروه تبدیلات مجاز فضای E باشد، مجموعه تقارن‌های X نسبت به G به صورت

$$\text{Sym}_G(X) = \{g \in G \mid g(X) = X\}$$

تعریف می‌شود. این مجموعه نسبت به عمل ترکیب تبدیلات، ساختار گروهی دارد. اگر g و h هر دو تقارن X باشند، آنگاه:

$$(g \circ h)(X) = g(h(X)) = g(X) = X$$

بنابراین ترکیب آنها نیز X را ناوردا نگه می‌دارد. همچنین تبدیل همانی e همواره X را به خودش می‌برد:

$$e(X) = X$$

و اگر g تقارن X باشد، معکوس آن نیز تقارن X است:

$$g^{-1}(X) = X$$

در نتیجه:

$$\text{Sym}_G(X) \leq G$$

یعنی مجموعه تقارن‌های X یک زیرگروه از گروه تبدیلات مجاز G است. این ویژگی گروهی برای مطالعه ریاضی تقارن در معماری اهمیت دارد، زیرا امکان بررسی مجموعه‌ای از تبدیلات را به صورت یک ساختار واحد فراهم می‌کند. در این سطح، پرسش دیگر صرفاً این نیست که «آیا بنا یک محور تقارن دارد؟»، بلکه می‌توان پرسید چه مجموعه‌ای از تبدیلات، آرایش هندسی مورد مطالعه را ناوردا نگه می‌دارند و این مجموعه چه ساختار گروهی دارد؟

این صورت‌بندی مبنای تعریف ساختارهای زیر گروهی تقارن نیز قرار می‌گیرد. از آنجا که در برخی مطالعات معماری از مفهوم «زیرتقارن» برای تحلیل ساختارهای تقارنی استفاده می‌شود، لازم است میان معنای ریاضی زیرگروه و کاربرد معماری این اصطلاح تمایز گذاشته شود. اگر H یک زیرگروه از گروه تقارن X باشد، یعنی:

$$H \leq \text{Sym}_G(X)$$

آنگاه همه تبدیلات موجود در H نیز X را ناوردا نگه می‌دارند و H یک ساختار زیرگروهی از تقارن X است. در این مقاله، هنگامی که از «زیرگروه‌های تقارن» سخن گفته می‌شود، این معنای دقیق ریاضی مدنظر است. اصطلاح «زیرتقارن» نیز در

مواردی که از ادبیات معماری و مطالعات مربوط به تحلیل زیرتقارن گرفته شده است، به صورت اصطلاح تخصصی همان ادبیات به کار می‌رود و لزوماً به معنای تقارن یک زیرمجموعه مستقل $Y \subset X$ نیست.

۲.۳. تقارن دورانی و گروه دورانی

یکی از ساده‌ترین ساختارهای گروهی مرتبط با تقارن، گروه دورانی است. فرض کنید r یک دوران پایه به اندازه $360^\circ/n$ باشد. توان‌های متوالی این دوران عبارت‌اند از:

$$e, r, r^2, \dots, r^{n-1}$$

و چون پس از n بار اعمال دوران به وضعیت اولیه بازمی‌گردیم، یعنی $r^n = e$. گروه دورانی متناظر را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$C_n = \langle r \mid r^n = e \rangle$$

یا به صورت مجموعه عناصر:

$$C_n = \{e, r, r^2, \dots, r^{n-1}\}$$

در این صورت، r^k متناظر با دوران $360k/n$ درجه است. اگر X نسبت به تمام عناصر این گروه ناورد باشد، آنگاه:

$$C_n \leq \text{Sym}_G(X)$$

برای مثال، یک مربع نسبت به دوران‌های 90° ، 180° ، 270° و 360° درجه حول مرکز خود ناورد است و بنابراین ساختار دورانی C_4 در گروه تقارن آن وجود دارد. البته تقارن یک مربع به دوران محدود نمی‌شود، بازتاب‌های مناسب نیز در گروه تقارن آن قرار می‌گیرند. این موضوع ما را به ساختار گسترده‌تر گروه‌های دووجهی می‌رساند.

۲.۴. گروه دووجهی

گروه دووجهی، ساختار تقارنی حاصل از ترکیب دوران‌ها و بازتاب‌های یک شکل منتظم را صورت‌بندی می‌کند. اگر r یک دوران پایه و s یک بازتاب باشد، می‌توان این گروه را با روابط زیر تعریف کرد:

$$D_n = \langle r, s \mid r^n = e, s^2 = e, srs = r^{-1} \rangle$$

در قراردادی که در این مقاله استفاده می‌شود، گروه D_n شامل $2n$ عضو است:

$$D_n = \{e, r, r^2, \dots, r^{n-1}, s, sr, sr^2, \dots, sr^{n-1}\}$$

رابطه $srs = r^{-1}$ بیان می‌کند که ترکیب بازتاب و دوران، ساختار جبری مشخصی ایجاد می‌کند که دوران معکوس را در بر می‌گیرد. برای یک چندضلعی منتظم، این ساختار مجموعه تقارن‌های دورانی و بازتابی آن را به صورت یک گروه واحد توصیف می‌کند. در کاربرد معماری، اهمیت این صورت‌بندی در آن است که تقارن را می‌توان به عنوان مجموعه‌ای از تبدیلات دارای ساختار مشخص مطالعه کرد، نه صرفاً به عنوان یک ویژگی بصری منفرد. همین ساختار گروهی در برخی پژوهش‌های معماری، از جمله مطالعات مبتنی بر تقارن و زیرتقارن، برای تحلیل سازمان صوری و نیز تعریف قواعد تولید مورد استفاده قرار گرفته است. شایان ذکر است که در منابع ریاضی، برای نام‌گذاری گروه دووجهی قراردادهای متفاوتی وجود دارد و در برخی منابع D_n گروهی با n عضو تعریف می‌شود. در این مقاله، برای جلوگیری از ابهام، قرارداد $|D_n| = 2n$ به کار می‌رود و در بخش مرور مطالعات نیز باید با قرارداد نمادگذاری منبع مورد استناد سازگار بمانیم.

۳. تقارن به عنوان ویژگی هندسی فرم

در نخستین سطح از مواجهه با تقارن در معماری، تقارن به عنوان ویژگی هندسی یک اثر موجود شناسایی و توصیف می‌شود. در این وضعیت، موضوع مطالعه خودِ اثر معماری است و پرسش اصلی آن است که آیا آرایش هندسی عناصر آن نسبت به یک یا چند تبدیل مشخص ناورد است. بنابراین، صورت‌بندی ریاضی معرفی‌شده در بخش پیشین را می‌توان برای تشخیص و توصیف ساختار تقارنی یک اثر به کار گرفت، بدون آنکه لازم باشد درباره شیوه شکل‌گیری آن یا فرایند طراحی آن فرضی مطرح شود. برای مثال، اگر X ساختار هندسی عناصر یک اثر و G گروه تبدیلات مورد بررسی باشد، شناسایی یک تقارن به معنای یافتن عناصری از G است که شرط

$$g(X) = X$$

را برقرار می‌کنند. در این سطح، هدف اصلی تعیین این نیست که این تبدیلات چگونه در فرایند طراحی به کار گرفته شده‌اند، بلکه تعیین ساختار هندسی موجود در اثر است. به همین دلیل، تقارن در اینجا در درجه نخست ویژگی فرم محسوب می‌شود.

۳.۱. تقارن قابل مشاهده در سازمان معماری

تقارن در معماری می‌تواند در مقیاس‌های مختلفی از سازمان یک اثر ظاهر شود. در مقیاس کلی، ممکن است آرایش عناصر اصلی، محورهای اصلی یا سازمان فضایی نسبت به یک محور یا مرکز مشخص تقارن داشته باشد. در مقیاس جزئی‌تر، این ویژگی می‌تواند در ترکیب نما، ساختار بازشوها، تکرار عناصر یا سازمان هندسی اجزای معماری مشاهده شود. با این حال، وجود تقارن در یک سطح الزاماً به معنای وجود آن در تمام سطوح اثر نیست. از این منظر، تحلیل تقارن یک اثر را می‌توان به صورت تعیین مجموعه تبدیلاتی در نظر گرفت که آرایش هندسی مورد مطالعه را ناوردانگه می‌دارند. برای نمونه، اگر یک ساختار نسبت به بازتابی مشخص ناورد باشد، می‌توان تقارن بازتابی آن را ثبت کرد، اگر نسبت به دوران مشخصی ناورد باشد، تقارن دورانی آن قابل شناسایی است. در نتیجه، توصیف تقارن یک اثر می‌تواند از بیان ساده وجود یک محور یا مرکز تقارن فراتر رود و به شناسایی مجموعه تبدیلاتی برسد که ساختار هندسی آن را حفظ می‌کنند. این نکته به‌ویژه در مورد

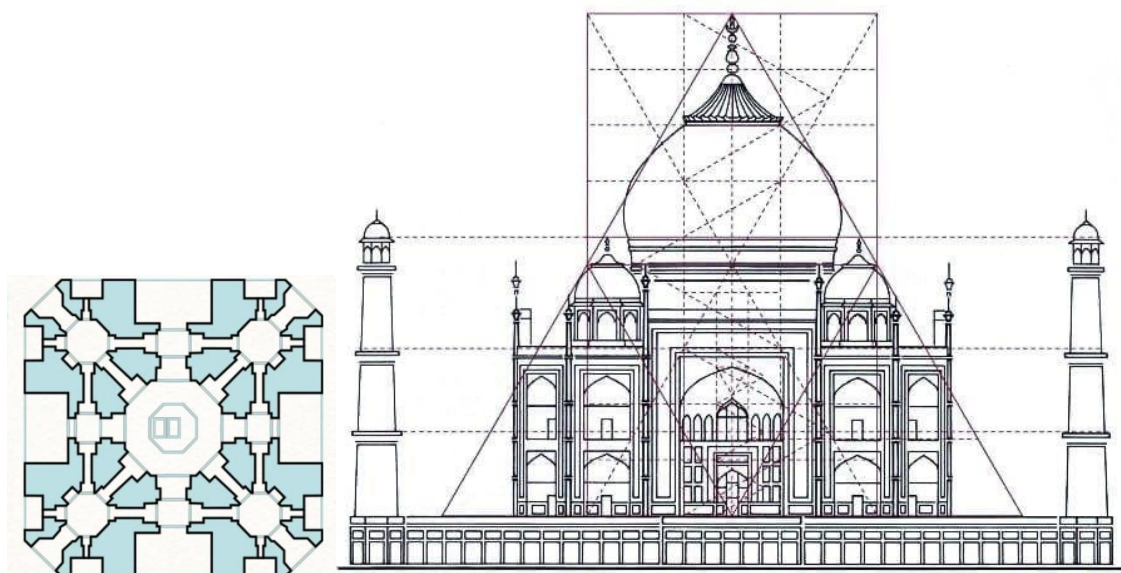
آثاری اهمیت دارد که در آنها تقارن در بخش‌های مختلف با درجات متفاوتی ظاهر می‌شود. ممکن است سازمان کلی یک بنا تقارن مشخصی داشته باشد، در حالی که برخی اجزای آن از همان ساختار پیروی نکنند، یا برعکس، اجزای متعددی به صورت مستقل دارای تقارن باشند، بدون آنکه کل اثر همان ساختار را داشته باشد. بنابراین، «متقارن بودن» یک اثر را نمی‌توان بدون تعیین دامنه و سطح تحلیل، یک ویژگی مطلق در نظر گرفت.

۳.۲. تاج محل به عنوان نمونه‌ای از تقارن هندسی

تاج محل نمونه‌ای شناخته شده از معماری است که در سازمان کلی آن می‌توان ساختاری متقارن مشاهده کرد. آرایش محوری مجموعه و قرارگیری متقابل عناصر اصلی در دو سوی محور مرکزی، امکان شناسایی تقارن بازتابی در سازمان کلی آن را فراهم می‌کند (UNESCO World Heritage Centre, n.d). همچنین، در سازمان هندسی برخی اجزای مجموعه، الگوهای منظم و تکرارشونده‌ای دیده می‌شود که می‌توان آنها را در چارچوب تبدیلات هندسی مورد بررسی قرار داد. از منظر ریاضی، اگر X شکل هندسی مورد مطالعه در پلان یا سازمان کلی مجموعه باشد و r بازتاب نسبت به محور اصلی در نظر گرفته شود، وجود تقارن نسبت به آن محور با شرط

$$r(X) = X$$

بیان می‌شود. اهمیت این صورت‌بندی در آن است که تقارن را از یک توصیف صرفاً زبانی مانند «دو طرف بنا مشابه‌اند» به یک شرط مشخص درباره ناوردایی آرایش هندسی تبدیل می‌کند. با این حال، این صورت‌بندی صرفاً ویژگی هندسی قابل مشاهده در اثر را توصیف می‌کند. از اینکه آرایش X نسبت به r ناورداست، نمی‌توان نتیجه گرفت که طراح در فرایند طراحی خود، بازتاب r را به عنوان یک قاعده تولید به کار گرفته است. همچنین از وجود این تقارن نمی‌توان به تنهایی درباره آگاهی طراح از صورت‌بندی ریاضی آن، روش تاریخی طراحی یا ابزار مورد استفاده در فرایند شکل‌گیری اثر نتیجه‌گیری کرد. این محدودیت برای استفاده از نمونه‌های معماری در مطالعه تقارن اهمیت اساسی دارد. یک اثر می‌تواند دارای ساختار تقارنی باشد، حتی اگر شواهد مستقیمی درباره استفاده از یک دستگاه ریاضی تقارن در فرایند طراحی آن وجود نداشته باشد. بنابراین، تشخیص یک ساختار تقارنی در محصول نهایی، ادعایی درباره ویژگی هندسی آن محصول است، نه به خودی خود ادعایی درباره سازوکار تولید آن.



شکل ۲. تقارن در سازمان کلی تاج محل و آرایش متقابل عناصر اصلی. منبع UNESCO World Heritage Centre, Taj Mahal :

محدودیت تقارن به‌عنوان ویژگی فرم ۳.۳.۰

تقارن در این سطح امکان توصیف دقیق‌تری از سازمان هندسی اثر فراهم می‌کند، اما دامنه اطلاعات آن محدود است. اگر پژوهشگر صرفاً مجموعه تقارن‌های یک اثر را شناسایی کند، می‌تواند مشخص کند که ساختار موجود نسبت به چه تبدیلاتی ناورداست، اما این تحلیل به‌تنهایی توضیح نمی‌دهد که این ساختار چگونه ایجاد شده، چه نقشی در تصمیم‌های طراحی داشته یا آیا اساساً در فرایند طراحی به‌صورت آگاهانه مورد استفاده قرار گرفته است.

در نتیجه، تقارن در سطح ویژگی هندسی، اطلاعاتی درباره ساختار موجود در اختیار پژوهشگر قرار می‌دهد، اما لزوماً اطلاعاتی درباره چگونگی تولید آن ساختار ارائه نمی‌کند. این محدودیت، مرز میان نخستین نقش تقارن و دو نقش دیگری است که در این مقاله بررسی می‌شوند.

۴. تقارن به‌عنوان ابزار تحلیل

در این رویکرد، تقارن دیگر صرفاً به‌عنوان ویژگی هندسی یک اثر موجود شناسایی نمی‌شود، بلکه ساختار تقارنی به‌عنوان ابزاری برای مطالعه سازمان هندسی اثر به کار می‌رود. پژوهشگر با یک اثر معماری موجود مواجه است و با استفاده از صورت‌بندی‌های ریاضی، تقارن‌های آن را شناسایی و ساختار تقارنی اثر را به اجزای قابل بررسی تفکیک می‌کند. در اینجا، هدف صرفاً پاسخ به این پرسش نیست که «اثر چه تقارن‌هایی دارد»، بلکه بررسی این است که این ساختار تقارنی چگونه به شناخت سازمان هندسی آن کمک می‌کند.

در چنین تحلیلی، گروه تقارن می‌تواند بیش از یک فهرست از تبدیلات ناورد باشد. ساختار گروه و زیرگروه‌های آن می‌توانند برای مقایسه بخش‌های مختلف اثر، شناسایی سطوح متفاوت تقارن و بررسی نحوه سازمان‌یافتن اجزای آن به کار روند. این موضوع به‌ویژه در آثاری اهمیت دارد که تقارن در همه اجزا یا در همه مقیاس‌ها یکسان نیست و بخش‌های مختلف آنها ممکن است ساختارهای تقارنی متفاوتی داشته باشند. در این شرایط، بررسی زیرگروه‌های تقارن و زیرتقارن‌ها می‌تواند ساختارهایی را آشکار کند که از مشاهده تقارن کلی اثر به‌تنهایی قابل تشخیص نیستند.

از این منظر، ارزش استفاده از ریاضیات در این سطح در بازنویسی معماری با زبان ریاضی نیست، بلکه در فراهم کردن چارچوبی برای پرسش کردن از سازمان هندسی اثر است. نمونه‌های Park و سپس Din و Economou نشان می‌دهند که ساختارهای گروهی و زیرگروهی می‌توانند از سطح شناسایی تقارن فراتر روند و به ابزارهایی برای تحلیل، تفکیک و مقایسه ساختار هندسی آثار معماری تبدیل شوند.

۴.۱. تحلیل زیرتقارنی در طرح‌های معماری

در مطالعه‌ی Park (2000)، نویسنده یک روش تحلیلی مبتنی بر ساختار ریاضی گروه‌های تقارن تعریف می‌کند و کاربرد آن را در تحلیل طرح‌های معماری نشان می‌دهد. عنوان مقاله نیز مستقیماً بر «تحلیل زیرتقارنی طرح‌های معماری» تأکید دارد. اهمیت این رویکرد برای بحث حاضر در مفهوم زیرتقارن است. در یک اثر معماری، ممکن است کل ساختار نسبت به مجموعه‌ای از تبدیلات متقارن باشد، درحالی‌که بخش‌های مختلف آن تنها نسبت به زیرمجموعه‌ای از همان تبدیلات ناورد باقی بمانند. در چارچوب صورت‌بندی ریاضی این مقاله، می‌توان گروه تقارن کل اثر را با $Sym_G(X)$ نمایش داد و روابط میان ساختارهای تقارنی مختلف را در نسبت با آن بررسی کرد. باین‌حال، اصطلاح «زیرتقارن» در مطالعات پارک یک اصطلاح تخصصی است و نباید صرفاً به‌عنوان تقارن یک زیرمجموعه از اثر یا به‌صورت یک زیرگروه از $Sym_G(X)$ تعریف شود. در اینجا، ساختارهای زیرگروهی صرفاً بخشی از مبنای ریاضی برای فهم روابط تقارنی‌اند و تعریف دقیق زیرتقارن تابع صورت‌بندی خاص پارک است.

به این ترتیب، تحلیل دیگر به یک پرسش دوحالتی مانند «اثر متقارن است یا نیست؟» محدود نمی‌شود، بلکه می‌تواند مشخص کند کدام بخش‌ها از کدام ساختارهای تقارنی برخوردارند و این ساختارها چگونه در سازمان کلی اثر قرار می‌گیرند. این تغییر، از تقارن کلی به زیرتقارن از نظر روش‌شناختی مهم است. در سطح نخست، پژوهشگر ویژگی هندسی موجود را ثبت می‌کند، در اینجا، ساختار تقارنی به ابزاری برای تجزیه و سازمان‌دهی اطلاعات هندسی اثر تبدیل می‌شود. به همین دلیل، تقارن در این رویکرد نه فقط موضوع مشاهده، بلکه بخشی از روش تحلیل است. از سوی دیگر، استفاده از ساختار گروهی امکان می‌دهد تحلیل به مجموعه‌ای از تبدیلات مشخص متکی باشد، نه صرفاً به توصیف‌های کیفی مانند «تقارن زیاد»، «تقارن نسبی» یا «تقارن پیچیده». در نتیجه، روابط میان تقارن‌های مختلف را می‌توان در قالب ساختارهای ریاضی مشخص بررسی کرد. این ویژگی، رویکرد Park را از توصیف بصری تقارن متمایز می‌کند.

۴.۲. از تحلیل تقارن تا تحلیل و ترکیب فرم: مطالعه پناهگاه شیندلر*

Park (2004) این رویکرد را در مطالعه پروژه پناهگاه شیندلر به کار می‌گیرد و روشی صوری مبتنی بر تقارن نقطه‌ای و زیرتقارن برای تحلیل و ترکیب طرح‌های معماری ارائه می‌کند. در این روش، تبدیلات فضایی و ساختار زیرتقارن‌ها، همراه با جدول ضرب گروه، برای بررسی سازمان و ترکیب فضایی به کار گرفته می‌شوند. منظور از جدول ضرب گروه، جدولی است که حاصل ترکیب هر جفت از تبدیلات گروه را مشخص می‌کند و از این طریق روابط میان تبدیلات تقارنی را به صورت صوری نشان می‌دهد. به این ترتیب، مدل ریاضی امکان می‌دهد مجموعه‌ای از تصمیمات طراحی با ساختارهای تقارنی مشخص توصیف شود.

اگر در یک اثر موجود تقارن بازتابی یا دورانی شناسایی شود، این تقارن بخشی از ویژگی هندسی اثر است. اما در رویکرد Park، ساختار تقارنی به ابزاری برای بازخوانی سازمان فرم و بررسی تغییرات آن تبدیل می‌شود. بنابراین، مدل ریاضی دیگر صرفاً پاسخ به این پرسش نیست که «چه تقارنی در اثر وجود دارد؟»؛ بلکه برای بررسی این پرسش به کار می‌رود که «ساختار فرم را چگونه می‌توان بر اساس تقارن‌ها و زیرتقارن‌های آن تحلیل کرد؟»

البته اینجا نیز باید میان تحلیل و تولید تمایز قائل شد. اینکه یک مدل تحلیلی بتواند تغییرات یا ترکیب‌های ممکن را نیز نشان دهد، لزوماً به این معنا نیست که آن مدل در اصل برای تولید طراحی ساخته شده است.

۴.۳. تحلیل لایه‌های فضایی و زیرگروه‌های تقارن در خانه اسمیت†

مطالعه Din, Economou (2010) نمونه دیگری از این گذار است، اما مسئله‌ای پیچیده‌تر را بررسی می‌کند. موضوع مطالعه آنها خانه اسمیت اثر ریچارد مایر است. این پژوهش نشان می‌دهد که تحلیل تقارن را می‌توان برای آثاری با سازمان فضایی پیچیده و لایه‌های متعدد نیز به کار برد بدون آنکه تحلیل به شناسایی تقارن کلی در کل اثر محدود شود. در این راستا، نویسندگان پیشنهاد می‌کنند که پیچیدگی چنین طرح‌هایی را می‌توان به مجموعه‌ای از لایه‌های فضایی تفکیک کرد و این لایه‌ها را بر اساس ساختارهای زیرگروهی تقارن تحلیل کرد.

در اینجا اهمیت روش ریاضی دقیقاً در جایی آشکار می‌شود که تقارن کلی اثر به تنهایی نمی‌تواند تمام سازمان آن را توضیح دهد. پژوهش به جای آنکه یک تقارن واحد را به کل خانه نسبت دهد، اجزای فضایی و لایه‌های مختلف آن را در ارتباط با زیرساختارهای تقارنی بررسی می‌کند. به این ترتیب، ساختار گروهی به ابزاری برای تجزیه یک اثر پیچیده به واحدهای قابل تحلیل تبدیل می‌شود.

نویسندگان در ادامه از این تجزیه برای ایجاد مجموعه‌ای از بازترکیب‌های بصری استفاده می‌کنند و امکان استفاده از آنها در فرایند ترکیب طراحی را مطرح می‌کنند. با این حال، در چارچوب مقاله حاضر، اهمیت اصلی این مطالعه در مرحله تحلیل است: مدل تقارن ابتدا برای توصیف و تجزیه ساختار موجود به کار می‌رود و قابلیت بازترکیب در ادامه از همین تحلیل حاصل می‌شود. بنابراین، نمی‌توان صرف وجود بخش تولیدی در انتهای مطالعه، کل روش را در سطح «سازوکار تولید» قرار داد. این نمونه یک نکته مهم دیگر را نیز روشن می‌کند: وجود تقارن در یک اثر و استفاده از تقارن برای تحلیل آن اثر دو وضعیت متفاوت‌اند. خانه اسمیت ممکن است در برخی بخش‌ها دارای ساختارهای تقارنی باشد، اما سهم پژوهش در این

* Schindler Shelter

† Smith House

مطالعه صرفاً مشاهده این تقارن‌ها نیست، بلکه ساختارهای ریاضی تقارن برای تجزیه، سازمان‌دهی و بازنمایی پیچیدگی اثر به کار گرفته می‌شوند.

در برخی مطالعات، ساختارهای تقارنی که برای تحلیل یک اثر موجود به کار می‌روند، می‌توانند در ادامه برای ایجاد ترکیب‌های جدید نیز مورد استفاده قرار گیرند. باین‌حال، استفاده از یک تبدیل یا ساختار تقارنی برای ایجاد ترکیب بندی جدید، الزاماً به معنای وجود تقارن در آرایش حاصل نیست. در این حالت، مسئله از تحلیل ساختار موجود به بررسی نحوه ورود تقارن در قواعد و قیود تولید طراحی منتقل می‌شود. این تمایز، مبنای بررسی تقارن به‌عنوان سازوکار تولید در بخش بعد است.

۵. تقارن به‌عنوان سازوکار تولید طراحی

در رویکرد بعدی، جایگاه تقارن از توصیف یا تحلیل یک ساختار موجود فراتر می‌رود و ساختارهای تقارنی در قواعد یا قیود تولید ترکیب بندی‌های جدید وارد می‌شوند. در این حالت، پرسش دیگر صرفاً این نیست که یک اثر چه تقارن‌هایی دارد یا ساختار تقارنی آن چگونه قابل تحلیل است، بلکه این است که چگونه می‌توان ساختارهای تقارنی را در یک سامانه تولیدی به کار گرفت تا مجموعه‌ای از گزینه‌های طراحی ایجاد شود. از نظر ریاضی، این وضعیت با تقارن یک آرایش یکسان نیست. اگر برای ساختار X داشته باشیم:

$$g(X) = X$$

آنگاه g یک تقارن از X است.

اما در یک فرایند تولیدی ممکن است یک تبدیل برای ایجاد ترکیب‌بندی دیگری به کار رود:

$$g(X_i) = X_j$$

که در آن X_j با X_i متفاوت است. در این حالت، g تقارن آرایش منفرد X_i محسوب نمی‌شود، زیرا X_i را به خودش باز نمی‌گرداند. باین‌حال، این تبدیل ممکن است در سطح مجموعه‌ای از گزینه‌های طراحی دارای نقش تقارنی باشد. اگر مجموعه گزینه‌ها به‌صورت زیر تعریف شود:

$$M = \{X_1, X_2, \dots, X_m\}$$

ممکن است داشته باشیم $g(M) = M$ در این صورت، g مجموعه گزینه‌های طراحی را به‌صورت مجموعه‌ای ناوردانگه می‌دارد، هرچند ممکن است عناصر آن را به یکدیگر تبدیل کند. بنابراین، در تحلیل سامانه‌های تولیدی باید میان تقارن یک ساختار منفرد، ناوردایی مجموعه‌ای از گزینه‌های طراحی و استفاده از تبدیل در قواعد تولید تمایز گذاشت. بنابراین، استفاده از ساختارهای تقارنی در فرایند تولید را نباید با وجود تقارن در محصول نهایی یکسان گرفت.

به‌صورت شماتیک، یک سامانه تولیدی را می‌توان چنین نمایش داد:

$$X_0 \rightarrow R \rightarrow \{X_1, X_2, \dots, X_m\}$$

که در آن X_0 ساختار اولیه، R مجموعه قواعد تولید و X_i ترکیب‌بندی‌های حاصل از اعمال این قواعد است. ساختارهای گروهی و تقارنی ممکن است بخشی از R را تشکیل دهند یا به‌عنوان یکی از قیود سازمان‌دهنده در کنار معیارهای دیگر به کار روند. بنابراین، در این سطح، تقارن می‌تواند در منطق تولید آرایش‌های معماری مشارکت داشته باشد، بدون آنکه الزاماً کل فرایند تولید را تعیین کند.

۵.۱. ساختارهای گروهی و تولید زبان طراحی

اکنون در مقاله «Four Algebraic Structures in Design» استفاده از ساختارهای گروهی را از سطح تفسیر فرم به سطح تولید زبان‌های طراحی گسترش می‌دهد. او چهار ساختار جبری $C4 \times C2$ ، $D4$ ، $C8$ و $D2 \times C2$ را بررسی می‌کند و نشان می‌دهد که ساختارهای تقارنی می‌توانند در سازمان‌دهی زبان‌های طراحی و تولید ترکیب‌بندی‌های جدید به کار گرفته شوند (Economou, 2001). در بخش کاربردی این رویکرد، ساختارهای گروهی با عناصری مانند شکل، روابط فضایی، قواعد شکل و شکل اولیه در یک برنامه سازنده برای تولید زبان‌های سه‌بعدی طراحی ترکیب می‌شوند. اهمیت این نمونه برای بحث حاضر در آن است که مدل ریاضی دیگر صرفاً برای توصیف یک فرم موجود به کار نمی‌رود، بلکه به بخشی از ساختار صوری سامانه‌ای تبدیل می‌شود که می‌تواند گزینه‌های جدید طراحی ایجاد کند.

باین‌حال، این نمونه نشان نمی‌دهد که گروه تقارن به‌تنهایی تعیین‌کننده فرم معماری است. ساختار گروهی تنها یکی از اجزای سامانه تولیدی اکنون است و تولید نهایی به ترکیب آن با قواعد شکل، ساختار طراحی، روابط فضایی و شکل اولیه وابسته است. از این‌رو، سهم تقارن باید درون یک سامانه تولیدی چندجزئی تفسیر شود.

۵.۲. تقارن در کنار قیود عملکردی

نمونه متفاوتی را می‌توان در کار کوتسوپولوس مشاهده کرد. او در سال ۲۰۱۵ یک شکل‌گرامر پارامتریک برای تولید الگوهای نمای اصلی یک خانه نمونه ارائه می‌کند که شامل آرایشی 5×20 از پنجره‌های الکتروکرومیک است. سامانه تولید باید هم‌زمان الزامات عملکردی مربوط به روشنایی روز و تابش خورشیدی و اصول بصری مربوط به تقارن را در نظر بگیرد (Kotsopoulos, 2015). در این سامانه، دوازده قاعده پارامتریک برای تولید زبان الگوهای نما به کار می‌روند و تقارن به‌عنوان یکی از اصول سازمان‌دهنده الگوهای تولیدشده وارد می‌شود. بنابراین، برخلاف نمونه اکنون که ساختارهای گروهی نقش محوری‌تری در سازمان‌دهی زبان طراحی دارند، در اینجا تقارن درون یک سامانه عملکردمحور و در کنار قیود دیگری مانند روشنایی، تابش و پارامترهای هندسی عمل می‌کند (Kotsopoulos, 2015).

این نمونه نشان می‌دهد که حضور تقارن در یک سامانه تولیدی لزوماً به معنای تقارن کامل خروجی‌ها نیست و نیز به معنای آن نیست که تقارن تنها معیار تولید است. در چنین سامانه‌ای، تقارن یکی از مؤلفه‌هایی است که در کنار سایر قواعد و قیود، فضای گزینه‌های طراحی را شکل می‌دهد.

۶. مقایسه سه جایگاه تقارن در معماری

بررسی نمونه‌های مورد بحث نشان می‌دهد که تقارن در مطالعات معماری می‌تواند در سه جایگاه متمایز مانند جدول زیر، ظاهر شود:

جدول ۱. مقایسه سه جایگاه تقارن در مطالعات معماری

ماهیت ادعا	کارکرد مدل ریاضی	موضوع مورد بررسی	پرسش اصلی	جایگاه تقارن
توصیفی	شناسایی ناوردایی‌ها	محصول معماری	آثر چه تقارن‌هایی دارد؟	ویژگی هندسی
تحلیلی	بازنمایی و تجزیه ساختار	سازمان هندسی اثر	ساختار تقارنی اثر چگونه قابل تحلیل است؟	ابزار تحلیل
تولیدی	مشارکت در تعریف قواعد و قیود تولید	سامانه یا فرایند تولید	تقارن چگونه در ایجاد گزینه‌های طراحی وارد می‌شود؟	سازوکار تولید

این تمایز همچنین به تفاوت در شواهد لازم برای هر ادعا منجر می‌شود. برای شناسایی تقارن یک اثر، بررسی هندسی محصول می‌تواند کافی باشد؛ اما ادعای استفاده از تقارن به‌عنوان ابزار تحلیل نیازمند نشان دادن مدل تحلیلی و نحوه به‌کارگیری آن است. به همین ترتیب، ادعای نقش تقارن در تولید طراحی مستلزم شواهدی از قواعد، الگوریتم، شکل‌گرما یا ساختار تولیدی است که تقارن را به‌طور مشخص وارد فرایند ایجاد گزینه‌ها می‌کند.

این سه جایگاه را نباید مراحل الزامی یا سلسله‌مراتبی یک فرایند واحد دانست. یک مطالعه ممکن است تنها ویژگی هندسی یک اثر را بررسی کند، مطالعه‌ای دیگر از ساختار تقارنی برای تحلیل آن استفاده کند، و یک سامانه طراحی نیز تقارن را در قواعد یا قیود تولید به کار گیرد. بنابراین، معیار اصلی تمایز، آن چیزی است که مدل تقارن در هر مطالعه توصیف، تحلیل یا در تولید آن مشارکت می‌کند و سطح شواهدی است که این ادعا را پشتیبانی می‌کند.

۷. بحث

بررسی سه جایگاه تقارن در مطالعات معماری نشان می‌دهد که یکی از مسائل اصلی در استفاده از مدل‌های ریاضی، تمایز میان توصیف ساختار یک محصول و تبیین فرایند شکل‌گیری آن است. یک اثر معماری را می‌توان پس از شکل‌گیری با استفاده از تبدیل‌ها و گروه‌های تقارن تحلیل کرد و ساختار هندسی آن را به‌صورت صوری بازنمایی نمود؛ با این حال، این بازنمایی به‌تنهایی اطلاعاتی درباره تصمیم‌ها، قواعد یا مرحله‌ای که در فرایند طراحی واقعی به کار رفته‌اند فراهم نمی‌کند. برای

مثال، اگر برای یک آرایش معماری X داشته باشیم $g(X) = X$ ، این رابطه نشان می‌دهد که X نسبت به تبدیل g ناورداست، اما به‌تنهایی نشان نمی‌دهد که g در فرایند طراحی به‌عنوان یک قاعده یا تصمیم مورد استفاده قرار گرفته است. بنابراین، می‌توان یک ساختار تقارنی را در محصول نهایی شناسایی کرد، بدون آنکه شواهدی درباره نقش آن در شکل‌گیری محصول در دست باشد. برای گذار از توصیف محصول به ادعایی درباره فرایند طراحی، باید شواهد مستقلاً درباره قواعد، مراحل یا تصمیم‌های فرایند وجود داشته باشد.

این تمایز نشان می‌دهد که کاربرد و دامنه یک مدل ریاضی به نوع مسئله‌ای وابسته است که مدل برای آن صورت‌بندی شده است. گروه‌های تقارن می‌توانند اطلاعات دقیقی درباره ناوردایی‌ها و سازمان هندسی یک اثر فراهم کنند، اما از این ویژگی نمی‌توان انتظار داشت که به‌تنهایی فرایند طراحی، عملکرد، ساخت، ماده یا تجربه فضایی را توضیح دهد. به همین ترتیب، در یک سامانه تولیدی، ساختارهای تقارنی ممکن است در تعریف قواعد یا قیود تولید نقش داشته باشند، اما تولید گزینه‌های معماری می‌تواند هم‌زمان به قواعد شکل، پارامترهای هندسی، معیارهای عملکردی و سایر محدودیت‌ها وابسته باشد.

بنابراین، محدود بودن دامنه یک مدل ریاضی را نباید به‌عنوان ضعف آن تلقی کرد. مسئله اصلی این است که مشخص باشد مدل دقیقاً کدام بخش از مسئله معماری را صورت‌بندی می‌کند و کدام بخش‌ها خارج از دامنه آن باقی می‌مانند. این تمایز به‌ویژه در مطالعاتی اهمیت دارد که از یک تحلیل ریاضی محصول، نتیجه‌ای درباره فرایند طراحی یا منطق تصمیم‌گیری معمارانه استنباط می‌کنند.

از این منظر، پرسش درباره کاربرد تقارن در معماری را نمی‌توان صرفاً با ثبت حضور یا عدم حضور آن در فرم پاسخ داد. پرسش دقیق‌تر این است که تقارن در یک مطالعه چه چیزی را قابل شناسایی، تحلیل یا تولید می‌کند و شواهد این ادعا در چه سطحی قرار دارند؟ چنین صورت‌بندی‌ای اجازه می‌دهد نقش مدل ریاضی بدون تقلیل معماری به ساختارهای ریاضی بررسی شود. در این چارچوب، مدل ریاضی نه جایگزین تفسیر معماری و نه تبیین کامل فرایند طراحی است، بلکه ابزاری با دامنه مشخص برای صورت‌بندی بخشی از مسئله است.

یکی از محدودیت‌های صورت‌بندی حاضر، تمرکز آن بر تقارن هندسی دقیق است. شرط $g(X) = X$ ناوردایی کامل X تحت تبدیل g را بیان می‌کند و در نتیجه برای صورت‌هایی که تنها به‌طور تقریبی متقارن‌اند، یا تقارن آنها به مقیاس تحلیل و ادراک بصری وابسته است، به‌تنهایی کافی نیست. در آثار معماری ممکن است تفاوت‌های جزئی در هندسه، جزئیات ساخت یا سازمان فضایی وجود داشته باشد، در حالی که اثر همچنان از دیدگاه معماری متقارن تلقی شود. افزون بر این، صورت‌بندی ارائه‌شده به سازمان هندسی و نقش تقارن در توصیف، تحلیل و تولید فرم‌های معماری محدود است و ابعادی مانند ادراک، عملکرد، نمادگرایی، زمینه و تجربه فضایی را مستقیماً در مدل وارد نمی‌کند. بررسی این ابعاد، یا سنجش تقارن‌های تقریبی، به معیارها و روش‌های تحلیلی دیگری نیاز دارد که خارج از دامنه این مقاله است. بنابراین، نتایج حاضر باید در چارچوب تقارن هندسی دقیق و بر اساس صورت‌بندی ارائه‌شده تفسیر شوند و نمی‌توان از وجود یا ساختار تقارن هندسی به‌تنهایی درباره کیفیت ادراکی، عملکردی یا معنایی یک اثر نتیجه‌گیری کرد.

۸. نتیجه‌گیری

این پژوهش با تمرکز بر کاربردهای تقارن در مطالعات معماری نشان داد که کاربرد تقارن را نمی‌توان به یک نقش واحد فروکاست. تقارن در ادبیات بررسی شده گاه به‌عنوان ویژگی هندسی یک اثر شناسایی می‌شود، گاه به‌عنوان مدلی برای بازنمایی و تحلیل سازمان هندسی به کار می‌رود و گاه در تعریف قواعد یا قیود یک سامانه تولیدی مشارکت می‌کند. بنابراین، نقش تقارن در معماری به جایگاه آن در مسئله مورد مطالعه وابسته است.

مهم‌ترین نتیجه این تمایز آن است که مشاهده تقارن در یک اثر، استفاده از مدل تقارن برای تحلیل آن و استفاده از تقارن در تولید طراحی، سه نوع ادعای متفاوت‌اند و به شواهد متفاوتی نیاز دارند. تحلیل ریاضی یک اثر می‌تواند ساختارهای هندسی آن را به‌صورت دقیق بازنمایی کند، اما به‌تنهایی شواهدی درباره نقش این ساختارها در فرایند تاریخی طراحی فراهم نمی‌کند. از سوی دیگر، در سامانه‌های تولیدی می‌توان ساختارهای تقارنی را در قالب قواعد یا قیود به کار گرفت، بدون آنکه تقارن تنها عامل تعیین‌کننده خروجی باشد. از این منظر، مدل ریاضی زمانی بیشترین وضوح روش‌شناختی را دارد که دامنه آن و نوع مسئله‌ای که برای آن به کار گرفته شده است، صریحاً مشخص شود.

این پژوهش ادعای ارائه یک دسته‌بندی جامع از تمام کاربردهای تقارن در معماری را ندارد و تمایز ارائه‌شده نیز به‌منزله یک سلسله‌مراتب ارزشی میان سه جایگاه نیست. پژوهش‌های آینده می‌توانند این تمایز را در مطالعات موردی گسترده‌تر، فرایندهای واقعی طراحی و سامانه‌های طراحی محاسباتی بررسی کنند تا مشخص شود هر یک از این جایگاه‌ها در چه شرایطی و با چه نوع شواهدی قابل شناسایی است.

منابع:

- [1] Din, E. and Economou, A. (2010). 'Surface Symmetries: The Smith House Revisited', *International Journal of Architectural Computing*, 8(4), pp. 485–505.
- [2] Economou, A. (2001). 'Four Algebraic Structures in Design'. In: *Proceedings of the 21st Annual Conference of the Association for Computer-Aided Design in Architecture (ACADIA 2001)*, pp. 192–201.
- [3] Kotsopoulos, S.D. (2015). 'Generating a Visual Language of Performance-Driven Configurations for the Principal Façade of a Prototype Sustainable House', *Nexus Network Journal*, 17(3), pp. 851–874.
- [4] Park, J.-H. (2000). 'Subsymmetry Analysis of Architectural Designs: Some Examples', *Environment and Planning B: Planning and Design*, 27(1), pp. 121–136.
- [5] Park, J.-H. (2001). 'Analysis and Synthesis in Architectural Designs: A Study in Symmetry', *Nexus Network Journal*, 3(1), pp. 85–98.
- [6] Park, J.-H. (2004). 'Symmetry and Subsymmetry as Characteristics of Form-making: The Schindler Shelter Project of 1933–1942', *Journal of Architectural and Planning Research*, 21(1), pp. 24–37.
- [7] Park, J.-H. (2022). *Architectural and Urban Subsymmetries*. Cham: Birkhäuser.
- [8] UNESCO World Heritage Centre (n.d.). *Taj Mahal*. World Heritage List, No. 252.
- [9] Weyl, H. (1952). *Symmetry*. Princeton, NJ: Princeton University Press.