



دانشجویان علوم پایه ایران 4th International Conference of Iranian Basic Science Students

شبیه‌سازی عددی ساده حرکت پرتابه با مقاومت هوایی درجه ۲

ابوالفضل فریدونی^۱

۱- دانشجوی کارشناسی مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف - پردیس بین‌الملل کیش، تهران، ایران

abolfazl.fariduni005@sharif.edu

خلاصه

حرکت پرتابه موضوعی اساسی در فیزیک مقدماتی است که اغلب با نادیده گرفتن مقاومت هوا ایده‌آل‌سازی می‌شود [1]. در این مطالعه، ما یک مدل عددی ساده با استفاده از پایتون و روش اویلر برای شبیه‌سازی مسیرهای پرتابه تحت مقاومت هوایی درجه ۲ توسعه می‌دهیم. این رویکرد برای دانشجویان کارشناسی با دانش برنامه‌نویسی پایه قابل دسترس است. ما نتایج را با مورد ایده‌آل بدون مقاومت مقایسه می‌کنیم و کاهش قابل توجهی در برد و زمان پرواز را نشان می‌دهیم. برای سرعت اولیه ۵۰ متر بر ثانیه در زاویه ۴۵ درجه، برد از حدود ۲۵۵ متر به ۹۷ متر با ضریب درگ $k=0.1$ کاهش می‌یابد. این شبیه‌سازی ارزش آموزشی اضافه می‌کند با اجازه دادن به دانشجویان برای کاوش اثرات دنیای واقعی به صورت پارامتری، که می‌تواند به درک خاص اشیاء در کارهای آینده گسترش یابد.

کلمات کلیدی: حرکت پرتابه، مقاومت هوا، شبیه‌سازی عددی، روش اویلر

۱. مقدمه

در مکانیک کلاسیک، حرکت پرتابه معمولاً با فرض خلاء تحلیل می‌شود، جایی که تنها نیرو گرانش است. مسیر سهموی، برد حداکثری و زمان پرواز به صورت تحلیلی مشتق می‌شوند: برای سرعت اولیه v_0 و زاویه θ ، برد $\frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g}$ و زمان پرواز $\frac{2v_0 \sin \theta}{g}$ است.

با این حال، در محیط‌های واقعی، مقاومت هوا که اغلب به صورت مربعی در سرعت مدل‌سازی می‌شود ($F_d = -bv^2$ ، که b ثابت است) حرکت را به طور قابل توجهی تغییر می‌دهد [4]. راه‌حل‌های تحلیلی پیچیده می‌شوند و روش‌های عددی ایده‌آل برای کاوش هستند.

این مقاله یک شبیه‌سازی مبتنی بر پایتون ساده با استفاده از روش اویلر ارائه می‌دهد که برای دانشجویان سال اول مناسب است [5]. این کار به ابزارهای آموزشی تلقی می‌کند با ارائه اسکرپت قابل سفارشی‌سازی برای تغییر پارامترها، که می‌تواند تحقیقات دانشجویی در مورد پرتابه‌های خاص (مانند توپ‌های ورزشی در اقلیم ایران) را الهام ببخشد. در حالی که شبیه‌سازی‌های مشابه وجود دارند، این رویکرد متمرکز با کد و تحلیل پارامتر خاص برای اهداف آموزشی، نقطه ورود تازه و قابل دسترس ارائه می‌دهد.



۲. زمینه نظری

معادلات حرکت بدون مقاومت هوا عبارتند از:

$$a_x = 0, a_y = -g \quad (1)$$

با مقاومت هوایی مربعی، نیروی درگ متناسب با v^2 است و مخالف جهت سرعت [4]. با تقسیم بر جرم m ، $k = b/m$ تعریف می‌کنیم، که می‌دهد:

$$a_x = -\frac{kv|v_x|}{v}, a_y = -g - \frac{kv|v_y|}{v} \quad (2)$$

که در آن $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ سرعت کل، v_x و v_y مؤلفه‌های سرعت در جهت x و y ، k ضریب درگ، و g شتاب گرانش است.

برای سادگی، تقریبی به صورت $a_y = -g - kvv_y$ ، $a_x = -kvv_x$ استفاده می‌کنیم، که جهت را می‌گیرد. روش اویلر سرعت‌ها و موقعیت‌ها را به صورت تکراری به‌روزرسانی می‌کند:

$$v_{x,new} = v_x + a_x \Delta t \quad (3)$$

$$x_{new} = x + v_x \Delta t \quad (1)$$

مشابه برای مؤلفه‌های y . که در آن Δt گام زمانی است.

۳. روش شناسی

ما شبیه‌سازی را در پایتون با استفاده از کتابخانه NumPy برای عملیات ریاضی پایه پیاده‌سازی کردیم [5]. کد پایتون برای شبیه‌سازی به شرح زیر است:

```
import numpy as np

g = 9.81 # m/s^2
v0 = 50 # m/s
theta = 45 * np.pi / 180
dt = 0.01 # s

# Without drag
vx0 = v0 * np.cos(theta)
vy0 = v0 * np.sin(theta)
t_flight_no_drag = 2 * vy0 / g
range_no_drag = vx0 * t_flight_no_drag
print("Without drag:")
```



دانشجویان علوم پایه ایران 4th International Conference of Iranian Basic Science Students

```
print("Range:", range_no_drag)
print("Time of flight:", t_flight_no_drag)

# With drag
k = 0.01 # s/m (example for a small projectile)
vx = v0 * np.cos(theta)
vy = v0 * np.sin(theta)
x = 0
y = 0
t = 0
while y >= 0:
    v = np.sqrt(vx**2 + vy**2)
    ax = -k * v * vx
    ay = -g - k * v * vy
    vx += ax * dt
    vy += ay * dt
    x += vx * dt
    y += vy * dt
    t += dt

print("\nWith drag (k=0.01):")
print("Range:", x)
print("Time of flight:", t)
```

این اسکریپت مسیر را تا زمانی که y به صفر بازگردد محاسبه میکند. ما $v_0 = 50 \text{ m/s}$ و $\theta = 45^\circ$ را برای برد حداکثری در مورد ایده آل انتخاب کردیم [1]. ضریب درگ $k = 0.01 \text{ s/m}$ تقریباً برای یک شی کوچک در هوا مطابقت دارد (قابل تنظیم برای واقع گرای). شبیه سازی از نظر محاسباتی سبک است و حتی روی سخت افزار پایه سریع اجرا می شود.

۴. نتایج و نتیجه گیری

اجرای شبیه سازی نتایج زیر را میدهد [5]. نتایج در جدول زیر خلاصه شده است.

جدول ۱- نتایج شبیه سازی در دو حالت

حالت	برد (m/s)	زمان پرواز (s)
بدون مقاومت هوا	۲۵۴.۸۴	۷.۲۱
با مقاومت هوا ($k = 0.01 \text{ s/m}$)	۹۷	۵.۲۶



دانشجویان علوم پایه ایران 4th International Conference of Iranian Basic Science Students

برد حدود 62٪ کاهش می‌یابد و زمان پرواز 27٪ [4]. این مقادیر نشان می‌دهند که مقاومت هوا مسیر را به صورت نامتقارن تحت تأثیر قرار می‌دهد و فرود را سریع‌تر می‌کند به دلیل سرعت‌های پایین‌تر. این مدل مفاهیم کلیدی فیزیک را به صورت عددی نشان می‌دهد و نظریه و محاسبات را پیوند می‌دهد [1]. برای دانشجویان کارشناسی، برنامه‌نویسی در فیزیک را بدون ریاضی پیشرفته (مانند معادلات دیفرانسیل حل‌شده تحلیلی) معرفی می‌کند [5].

محدودیت‌ها: روش اوپلر خطاهای تقریب دارد؛ Δt کوچکتر دقت را بهبود می‌بخشد اما محاسبات را افزایش می‌دهد [5]. مدل مربعی k ثابت را فرض می‌کند و عواملی مانند ارتفاع یا دما را نادیده می‌گیرد. این کار به آموزش علم اضافه می‌کند با ارائه ابزاری باز و قابل تغییر. مطالعات آینده می‌تواند k را برای اشیاء محلی (مانند تجهیزات ورزشی سنتی ایرانی) کالیبره کند و شبیه‌سازی‌ها را با آزمایش‌ها مقایسه کند و داده‌های نوین ارائه دهد.

5. قدردانی

در ابتدا خدا را سپاس برای هرچیزی که بوده و هست و در انتها تشکر از پدر و مادرم که با اهدای انگیزه و اراده به بنده حقیر این راه پر از معرفت را هموار کردند و تشکر از استاد سینا (یدالله) چاروسایی؛ استاد و دبیر فیزیک که ایده‌های نوین بنده از ایشان سرچشمه گرفت.

6. مراجع

1. هالیدی، دی.، رزنیک، آر.، و واکر، جی. (2013). مبانی فیزیک. وایلی.
2. Areias, P.M.A. and Belytschko, T. (2005), "Analysis of Three-Dimensional Crack Initiation and Propagation Using the Extended Finite Element Method," International Journal for Numerical Methods in Engineering, 63 (55), pp 760–788.
3. Atluri, S.N. and Shen, S. (2002), "The Meshless Local Petrov–Galerkin (MLPG) Method", Tech Science Press, USA.
4. تیلور، جی. آر. (2005). مکانیک کلاسیک. دانشگاه بوکز.
5. جوردانو، ان. جی. (1997). فیزیک محاسباتی. پرنسیس هال.