



دانشجویان علوم پایه ایران 4th International Conference of Iranian Basic Science Students

اثبات معادله جرم بحرانی برای اورانیوم بر پایه نظریه پخش نوترون

کیارش ساعدی مفرد^{۱*}

۱- دانشجوی مهندسی نقشه برداری دانشگاه صنعتی اراک - مرکزی - ایران

چکیده:

جرم بحرانی یکی از مفاهیم بنیادی در فیزیک راکتور و تحلیل واکنش‌های زنجیره‌ای هسته‌ای است که بیانگر حداقل مقدار ماده شکافت‌پذیر لازم برای تداوم پایدار واکنش می‌باشد. در این مقاله، معادله جرم بحرانی برای اورانیوم-۲۳۵ بر اساس نظریه پخش نوترون یک‌گروهی به‌صورت تحلیلی مورد بررسی قرار می‌گیرد. با فرض محیط همگن، پراکندگی ایزوتروپیک، و حالت پایدار، معادله پخش نوترون استخراج شده و شرط بحرانیت سیستم بیان می‌شود. سپس با در نظر گرفتن هندسه کروی و اعمال شرایط مرزی مناسب، رابطه بین باکلینگ هندسی و باکلینگ ماده به‌دست می‌آید. در ادامه، ارتباط شعاع بحرانی با حجم و جرم بحرانی به‌صورت نظری تحلیل می‌شود. هدف این مقاله ارائه یک چارچوب آموزشی و تحلیلی برای درک مفهومی جرم بحرانی بدون ورود به طراحی عملی یا محاسبات عددی حساس است.

کلمات کلیدی: جرم بحرانی، پخش نوترون، واکنش زنجیره‌ای، هندسه کروی، ضریب تکثیر

۱. مقدمه

واکنش زنجیره‌ای هسته‌ای زمانی رخ می‌دهد که نوترون‌های حاصل از شکافت هسته‌ای بتوانند شکافت‌های بعدی را با نرخ کافی القا کنند. پایداری این واکنش به عواملی نظیر خواص نوترونی ماده، هندسه سیستم و میزان نشت نوترون‌ها وابسته است. یکی از پارامترهای کلیدی در این زمینه، جرم بحرانی است که حداقل مقدار ماده شکافت‌پذیر لازم برای برقراری حالت بحرانی را مشخص می‌کند.

در تحلیل‌های نظری فیزیک راکتور، نظریه پخش نوترون به‌عنوان یک تقریب ساده‌شده اما کارآمد برای توصیف رفتار نوترون‌ها در محیط‌های همگن به‌کار می‌رود. اگرچه این نظریه نسبت به معادله انتقال نوترون دقت کمتری دارد، اما به‌دلیل سادگی ریاضی، نقش مهمی در آموزش و تحلیل‌های اولیه ایفا می‌کند. در این مقاله، با تمرکز بر چارچوب نظری، معادله جرم بحرانی برای اورانیوم-۲۳۵ بر پایه نظریه پخش نوترون یک‌گروهی استخراج و تحلیل می‌شود.



۲. فرضیات و محدودیت‌های مدل

تحلیل ارائه‌شده در این مقاله بر اساس فرضیات زیر انجام می‌گیرد:

- استفاده از نظریه پخش نوترون یک‌گروهی؛
- همگن و همسانگرد بودن محیط شکافت‌پذیر؛
- پراکندگی ایزوتروپیک نوترون‌ها؛
- حالت پایدار زمانی؛
- عدم در نظر گرفتن بازتاب‌دهنده نوترونی؛
- صرف‌نظر از اثرات دما، سوخت‌سوختگی و تغییرات زمانی.

۳. معادله پخش نوترون

برای تعادل نوترون‌ها در یک حجم دلخواه V به صورت زیر عمل خواهیم کرد:

$$\frac{\partial}{\partial t} [nv\phi] = S - \Sigma_a \phi + \nabla \cdot (D \nabla \phi) \quad (1)$$

که در آن:

- ϕ : شار نوترون
- S : منبع نوترون
- Σ_a : سطح مقطع جذب
- D : ضریب پخش است.

برای حالت پایدار با شرایط $\frac{\partial}{\partial t}$ خواهیم داشت:

$$D \nabla^2 \phi - \Sigma_a \phi + S = 0 \quad (2)$$

و منبع نوترون برابر است با:

$$S = k_{\infty} \Sigma_f \phi \quad (3)$$

که به ترتیب:

- k_{∞} : ضریب تکثیر بینهایت



• λ_f : احتمال عدم نشت نوترون سریع

خواهد بود. حال با جایگذاری بازنویسی می‌کنیم:

$$\nabla^2 \phi + B_m^2 \phi = 0 \quad (4)$$

که به ترتیب از بازنویسی:

$$B_m^2 = \frac{k_{\infty} \lambda_f - 1}{L^2} \quad \bullet$$

$$L^2 = \frac{D}{\Sigma_a} \quad \bullet$$

می‌باشد و تحلیل خواهد شد که این تعاریف از بازنویسی حاصل جایگذاری می‌باشد

۴. شرط بحرانی و باکلینگ

برای بحرانی بودن باید شرط زیر برقرار باشد:

$$B_m^2 = B_g^2$$

که B_g^2 باکلینگ هندسی میباشد. در نتیجه ضریب تکثیر موثر به صورت زیر حل خواهد شد:

$$k_{eff} = k_{\infty} \lambda_f \lambda_{th} = k_{\infty} (1 - B^2 L^2) (1 - B^2 \tau) \quad (5)$$

که $\lambda_{th} = 1 - B^2 L^2$ و τ : سن نوترون سریع است.

در حالت بحرانی:

$$k_{eff} = 1$$

۵. حل برای هندسه کره

برای کره خالی با شعاع R خواهیم داشت:

$$\nabla^2 \phi = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\phi}{dr} \right) \quad (6)$$

در نتیجه معادله بخش بصورت زیر خواهد بود:

$$\frac{d^2(r\phi)}{dr^2} + B_g^2(r\phi) = 0$$

پس حل بصورت:

$$\phi(r) = \phi \cdot \frac{\sin(B_g r)}{B_g r}$$

حال با شرط مرزی در $R_{ex} = R_c + d$:

$$B_g R_{ex} = \pi \longrightarrow R_{ex} = \frac{\pi}{B_g}$$

در نتیجه شعاع بحرانی بصورت:

$$R_c = R_{ex} - d, \quad V_c = \frac{4}{3} \pi R_c^3, \quad M_c = V_c \rho$$



دانشجویان علوم پایه ایران 4th International Conference of Iranian Basic Science Students

۸. نتایج و بحث

مدل یک گروهی ارائه شده اگرچه ساده سازی‌های متعددی دارد، اما ابزار مناسبی برای درک مفاهیم پایه فیزیک راکتور محسوب می‌شود. تفاوت نتایج این مدل با داده‌های تجربی ناشی از صرف نظر کردن از طیف انرژی نوترون‌ها و اثرات پیچیده تر فیزیکی است. با این حال، چارچوب تحلیلی ارائه شده پایه‌ای برای توسعه مدل‌های دقیق تر فراهم می‌کند.

۹. نتیجه گیری

در این مقاله، معادله جرم بحرانی برای اورانیوم-۲۳۵ بر پایه نظریه پخش نوترون یک گروهی به صورت تحلیلی بررسی شد. با استخراج معادله پخش، تعریف شرط بحرانی و حل آن در هندسه کروی، ارتباط بین شعاع بحرانی و جرم بحرانی به دست آمد. نتایج نشان می‌دهد که نظریه پخش نوترون، علی‌رغم سادگی، ابزار مناسبی برای تحلیل مفهومی و آموزشی رفتار نوترونی سیستم‌های شکافت پذیر است.

۱۰. مراجع

1. Ragheb, M. (2019) One Group Reactor Theory. University of Illinois at Urbana-Champaign
2. Lamarsh, J. R., & Baratta, A. J. (2001). *Introduction to Nuclear Engineering*. Prentice Hall.
3. Stacey, W. M. (2007). *Nuclear Reactor Physics*. Wiley-VCH.
4. Glasstone, S., & Sesonske, A. (1994). *Nuclear Reactor Engineering*. Springer.
5. Ragheb, M. (2019). *One-Group Reactor Theory*. University of Illinois.