

## مدلسازی و کنترل یک سیستم غیرخطی توپ و میله با استفاده از کنترل PID و اعتبارسنجی تجربی

علیرضا نوروزپور شهر بجاری<sup>\*</sup>، محمد هادی اسکندری ثانی<sup>۲</sup>.

۱- گروه مهندسی برق، دانشگاه فنی و حرفه ای، تهران، ایران/ [Norouzpour.official@gmail.com](mailto:Norouzpour.official@gmail.com)

۲- گروه مهندسی برق، دانشگاه فنی و حرفه ای، تهران، ایران/ [Mohammadhadieskandarisani80@gmail.com](mailto:Mohammadhadieskandarisani80@gmail.com)

### خلاصه

این مقاله، مدلسازی سیستم توپ و میله با در نظر گرفتن عوامل غیرخطی و اثرات متقابل را ارائه می‌دهد. این سیستم، یک سیستم کنترل پایه است که در اکثر آزمایشگاه‌های دانشگاهی وجود دارد و شامل یک توپ، میله، موتور، سنسور فاصله و کنترلر است. گشتاوری که توسط موتور تولید می‌شود، برای کنترل موقعیت توپ بر روی میله به کار می‌رود، با استفاده از تکنیک‌های حسگری خطی برای مقایسه داده‌های حسگر با مقادیر مطلوب موقعیت. تفاوت حاصله به کنترلر PID بازخورد داده می‌شود تا موقعیت مطلوب توپ بدست آید. اگرچه مدل ریاضی برای سیستم، به طور ذاتی غیرخطی است، اما می‌توان آن را در نزدیکی منطقه افقی خطی کرد که هنوز برای بسیاری از سیستم‌های واقعی، مانند استحکام بخشیدن به هواپیما در هنگام فرود و در جریان هوای آشفته، قابل استفاده است. برای رفع مشکلات واقعی چون نویز سنسور و اشباع عملگر، کنترلرهای سیستم بهبود یافته و مقاوم‌تر ساخته شده‌اند. سیستم با استفاده از یک کنترلر میکرو Arduino پیاده‌سازی شده است، که موقعیت توپ را از یک سنسور فاصله مادون قرمز دریافت کرده و آن را با فاصله مطلوب توسط کاربر مقایسه می‌کند. الگوریتم PID تعبیه شده در Arduino با پردازش تفاوت سیگنال‌های موقعیت مطلوب و واقعی، سیگنال کنترلی را تولید می‌کند که سپس به یک موتور DC سرو ارسال می‌شود تا توپ را چرخانده و موقعیت آن را به موقعیت مطلوب تغییر دهد.

**کلمات کلیدی:** سیستم توپ و میله، کنترل (Proportional Integral Derivative (PID، مدلسازی غیرخطی، پایداری، اجرا، پیاده سازی

### ۱. مقدمه

سیستم‌های ناپایدار، چالش قابل توجهی در مهندسی کنترل محسوب می‌شوند، زیرا آزمایش آن‌ها در شرایط واقعی ممکن است خطرناک باشد، به خصوص در صنعت هواپیمایی. بنابراین، مدلسازی این سیستم‌ها در محیط آزمایشگاهی برای درک رفتار آن‌ها و توسعه راه‌حل‌های کنترلی موثر بسیار حائز اهمیت است. یکی از این سیستم‌ها، سیستم توپ و میله است که به عنوان "تعادل دادن توپ بر روی میله" نیز شناخته می‌شود. این سیستم به مسائل کنترلی عملی نزدیک است، مانند استحکام بخشیدن به هواپیما در جریان هوای آشفته و یا فرود. هدف از سیستم توپ و میله، کنترل موقعیت توپ، ردیابی اختلالات خارجی و حفظ آن در موقعیت مرجع مطلوب است. برای دستیابی به این هدف، بازخورد از موقعیت توپ برای تولید سیگنال کنترلی استفاده می‌شود که با گرداندن میله به زاویه مطلوب، موقعیت توپ را به موقعیت مطلوب تغییر می‌دهد. در این مقاله، سیستم توپ و میله مورد بررسی قرار می‌گیرد و با استفاده از یک حسگر، حرکت توپ روی تیر ردیابی شده و موقعیت

آن در یک طرف تیر تعیین می‌شود.

تست روش‌های جدید توسط بسیاری از پژوهشگران انجام شده است. در بخش خاصی از این تست‌ها، M. I. Petkoviç و R. Cupec و Brezak آزمایش‌های مبتنی بر دید مصنوعی سیستم را انجام دادند [۱].

R. Baylon و P. Dadios با مطالعه مشابهی در مورد منطق فازی [۲] انجام دادند. از سوی دیگر، J. و J. Whelan و V. Ringwood از همان سیستم برای ردیابی موقعیت از طریق دوربین به جای حسگرها با استفاده از کنترل‌کننده‌های PID استفاده کردند [۳].

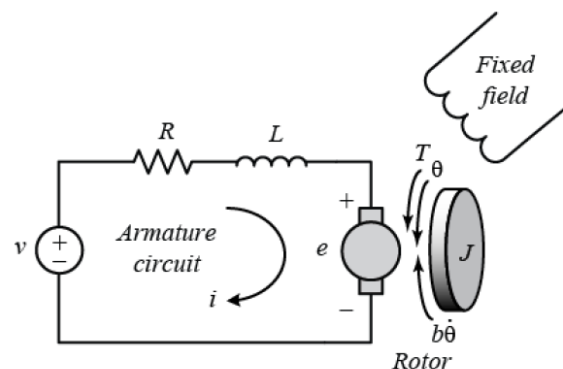
Hilmi KUŞÇU و Sıtkı KOCAOĞLU سیستم توپ و میله را طراحی و کنترل کردند که در آن از کنترل‌کننده‌های PID استفاده کردند [۴].

## ۲. مدلسازی ریاضی سیستم

این سیستم از دو بخش جداگانه تشکیل شده است. بخش اول، موتور DC سرو است که یک سیستم الکترومکانیکی است که سیگنال الکتریکی را از کنترلر دریافت کرده و یک جابجایی چرخشی (زاویه) را خروجی می‌دهد. بخش دوم، مدل توپ و میله است که یک سیستم مکانیکی است که جابجایی چرخشی (زاویه) را از موتور دریافت کرده و آن را به جابجایی خطی تبدیل می‌کند.

### ۲.۱ مدل موتور DC سرو

موتور DC سرو، به عنوان یک اجزای حیاتی در سیستم توپ و میله، سیگنال‌های الکتریکی را به حرکت چرخشی تبدیل می‌کند. این موتور از یک بدنه و یک روتور تشکیل شده است و مدل معادلات الکتریکی بدنه و نمودار بدنه روتور در شکل ۱ نشان داده شده است.



شکل ۱- مدار معادل موتور DC

بنابراین، تابع انتقال به شکلی که در معادله نشان داده شده است به دست می‌آید

$$\frac{\theta(s)}{V(s)} = \frac{K * Kg}{s(Js + b)(Las + Ra) + K^2} \left[ \frac{rad}{V} \right]$$

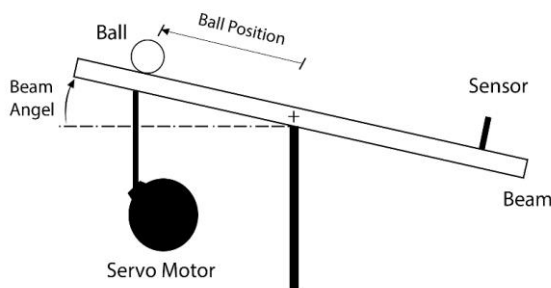
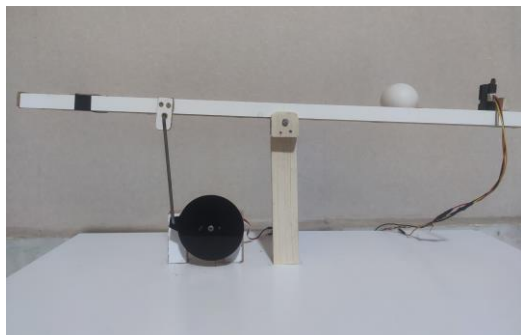
بدنه موتور DC به یک منبع ولتاژ متصل شده است و هنگامی که ولتاژی اعمال می‌شود، جریانی از طریق پیچ بدنه جریان پیدا می‌کند که باعث تولید یک میدان مغناطیسی می‌شود. روتور، که آزاد به چرخش است، به این میدان مغناطیسی

تحت فشار قرار می‌گیرد و نیرویی تولید می‌شود که باعث چرخش آن می‌شود. حرکت چرخشی روتور به سیستم توپ و میله منتقل می‌شود و منجر به جابجایی خطی مطلوب می‌شود. مدل موتور DC سرو، بخشی اساسی از سیستم کنترلی برای سیستم توپ و میله است و مدل‌سازی دقیق موتور برای عملکرد بهینه ضروری است. با استفاده از معادلات ریاضی برای نمایش رفتار موتور DC، می‌توان سیستم کنترل را طراحی و بهینه‌سازی کرد تا کنترل دقیق و پایداری از سیستم توپ و میله حاصل شود.

## ۲.۲ مدل سیستم توپ و میله

با توجه به **شکل ۲**، یک توپ یا کره بر روی بالای یک میله قرار می‌گیرد و با حسگری که برای این سیستم قرار داده‌ایم، موقعیت این توپ تعیین می‌شود و در نتیجه با اعمال یک سیگنال کنترل الکتریکی به موتور، محور سیستم می‌تواند کج شود.

وظیفه سیگنال کنترل در این سیستم، کنترل خودکار موقعیت توپ روی میله با تغییر زاویه میله است. این یک وظیفه دشوار است زیرا توپ در یک نقطه ثابت روی میله نمی‌ماند و با یک شتاب تقریباً به نسبت مستقیم با شیب میله حرکت می‌کند. از نظر کنترل، سیستم یک سیستم باز حلقه ناپایدار است زیرا خروجی سیستم (موقعیت توپ) برای یک ورودی ثابت (زاویه میله) بدون محدودیت افزایش می‌یابد. بنابراین، باید از کنترل بازخورد استفاده شود تا سیستم پایدار شود و توپ در موقعیت مطلوب روی میله باقی بماند. میله به یک موتور سرو متصل است که فرآیند کنترل را بسیار ساده‌تر می‌کند و تأثیر بسیار کمی از ارتباطهای متقابل بین توپ و میله را دارد.



شکل ۲- مدل توپ و میله

## ۳. PID

PID یک روش کنترل بازخورد است که برای کنترل پایدار سیستم‌ها استفاده می‌شود.  $K_p$  و  $K_d$  و  $K_i$  به عنوان ضرایب کنترل PID شناخته می‌شوند.

$K_p$  ضریب تنظیم اولیه است که پاسخ سیستم به خطای فعلی را تنظیم می‌کند. به عبارت دیگر، اگر خطای فعلی بیشتر باشد، پاسخ سیستم نیز بیشتر خواهد بود. برای تنظیم این ضریب، ابتدا باید یک مقدار برای  $K_p$  در نظر گرفته و  $K_i$  و  $K_d$  را برابر با صفر قرار دهیم. در عمل، مشاهده می‌کنیم که این ضریب چگونه بر سیستم ما تأثیر می‌گذارد. به عنوان مثال، اگر

توپ بیشتر از مقدار مرجع مشخص شده برای حفظ تعادل برود، موتور به جهت عقربه‌های ساعت چرخش خواهد کرد و اگر کمتر از مقدار مرجع باشد، پادساعتگرد چرخش خواهد کرد.

$$PID_p = kp * distance\_error$$

Kd به عنوان ضریب تنظیم ثانویه در نظر گرفته می‌شود که نرخ تغییر خطا را تنظیم می‌کند. به عبارت دیگر، اگر سیستم به سرعت به سمت هدف حرکت کند، این ضریب از افزایش نرخ تغییر خودداری می‌کند و بالعکس.

برای تنظیم این ضریب، پس از یافتن یک مقدار تقریبی از Kp، به تنظیم این ضریب می‌پردازیم. در این حالت، مقداری برای Kd مشخص می‌کنیم که با مشتق مسافت نسبت به زمان ضرب شده و باعث می‌شود توپ در نقطه مرجع متوقف شود.

$$\frac{dx}{dt} \rightarrow \frac{d = distance}{t = time}$$

$$PID_d = kd * \frac{(distance - pervious\_error)}{time}$$

بنابراین با تنظیم Kp به سمت نقطه مرجع و تنظیم Kd برای توقف در نقطه مرجع، می‌توانیم پایداری مناسبی داشته باشیم. با ترکیب مناسب این دو ضریب، می‌توانیم پایداری مناسبی داشته باشیم.

$$PID_{pd} = kp * error + Kd * (error - previous\_error)/time$$

Ki ضریب تنظیم تکراری است که تأثیر خطاهای گذشته بر پاسخ سیستم را تنظیم می‌کند. اگر سیستم برای مدت طولانی در خطا باقی بماند، با استفاده از این ضریب، سیستم سعی می‌کند خطا را کاهش دهد.

همانطور که مشاهده می‌شود، برای تنظیم ضرایب کنترل PID در سیستم توپ و میله هیچ قانون ثابتی وجود ندارد و از طریق آزمایش‌ها و خطاهای مختلف، سیستم را به سمت پایداری بیشتر هدایت می‌کنیم.

$$PID_i = PID_i + (ki * distance\_error)$$

در نهایت، با جمع کردن همه این ضرایب، PID را خواهیم داشت که اگر به درستی انتخاب شود، می‌تواند سیستم را به سمت یک سیستمی پایدار هدایت کند.

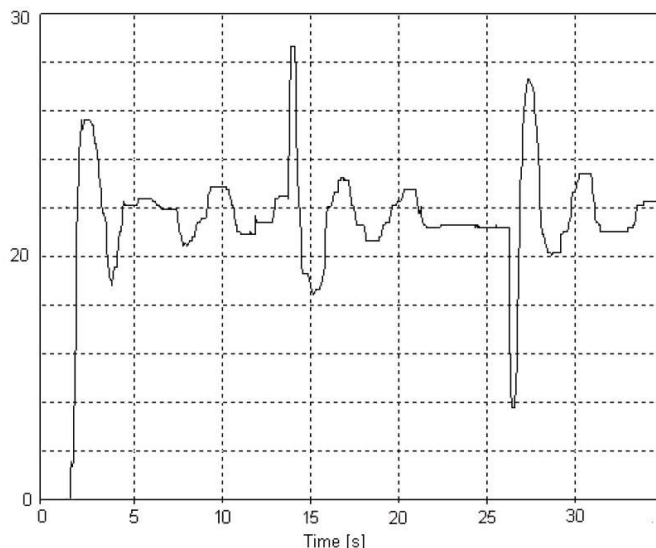
$$PID = PID_p + PID_d + PID_i$$

#### ۴. نتایج آزمایشی

در این بخش، نتایج سیستم پس از انتخاب مقادیر مختلف برای دستیابی به پایداری سیستم ارائه می‌شود. باید توجه داشت که فاصله مطلوب بین حسگر مادون قرمز و توپ حدود ۲۱ سانتی‌متر است که تعادل سامانه برقرار می‌شود و این مقدار با تغییر آن در الگوریتم کنترل و در نظر گرفتن آن به عنوان نقطه تنظیم یا مرجع سیستم کنترل قابل تغییر است.

با تنظیم پارامترهای کنترل با مقادیر  $kp=6$ ،  $kd=2700$ ،  $ki=0.1$ ، نتایج نمودار بندی زمان واقعی موقعیت توپ در شکل ۳ نشان می‌دهد که سیستم سعی در دستیابی به پایداری و کاهش نوسانات دارد. با این حال، برداری نوسانات در طول

زمان کاهش می‌یابد و نوسانات بزرگ مشاهده شده ممکن است به دلیل عدم دقت در ترازبندی ساختار و مقادیر داده شده باشد. سیستم در تلاش است تا توپ را به نقطه تنظیم شده انتخابی برساند.



شکل ۳ - پاسخ سیستم با  $k_p=6$ ,  $k_d=2700$  و  $k_i=0.1$

##### ۵. نتیجه‌گیری

با استفاده از کنترل PID، موقعیت توپ بهبود یافته و نوسانات کاهش یافته است. با استفاده از فیلتر بهتر، حسگرهای مناسب و ضرایب بهتر، می‌توانیم یک سیستم پایدارتر داشته باشیم. پارامترهای کنترل ( $K_p$ ,  $K_i$  و  $K_d$ ) با استفاده از روش تنظیم دستی از مدل عملی به دست آمد تا بهترین پاسخ سیستم را فراهم کنند. از نتایج آزمایشی به دست آمد مشاهده می‌شود که با آزمایش ضرایب مختلف و ترکیب مناسب آنها، می‌توانیم یک سیستم پایدارتر داشته باشیم. استفاده از کنترل PID در سیستم‌های کنترل با ورودی‌های متغیر و پویا برای بهبود عملکرد و دقت سیستم پیشنهاد می‌شود. همچنین، بهتر است ضرایب کنترل PID را با دقت و با در نظر گرفتن شرایط ورودی سیستم، برای دستیابی به بهبود مطلوب در عملکرد سیستم، اعمال کنیم.

۶. مراجع

- [۱] E. P. Dadios, R. Baylon, R. De Guzman, A. Florentino, R. M. Lee, and Z. Zulueta, "Vision guided ball-beam balancing system using fuzzy logic," in *2000 26th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society. IECON 2000. 2000 IEEE International Conference on Industrial Electronics, Control and Instrumentation. 21st Century Technologies*, 2000, vol. 3: IEEE, pp. 1973-1978 .
- [۲] J. Whelan and J. Ringwood, "A demonstration rig for control systems based on the ball-and-beam with vision feedback ",in *Advances in Control Education 1994*: Elsevier, 1995, pp. 9-12.
- [۳] S. Sridharan and G. Sridharan, "Ball on beam on roller: a new control laboratory device," in *Industrial Electronics, 2002. ISIE 2002. Proceedings of the 2002 IEEE International Symposium on*, 2002, vol. 4: IEEE, pp. 1318-1321 .
- [۴] S. KOCAOĞLU and H. KUŞÇU, "Design and control of PID-controlled ball and beam system," in *Unitech. Int. Science Conference, Gabrovo*, 2013, pp. 41-46 .